



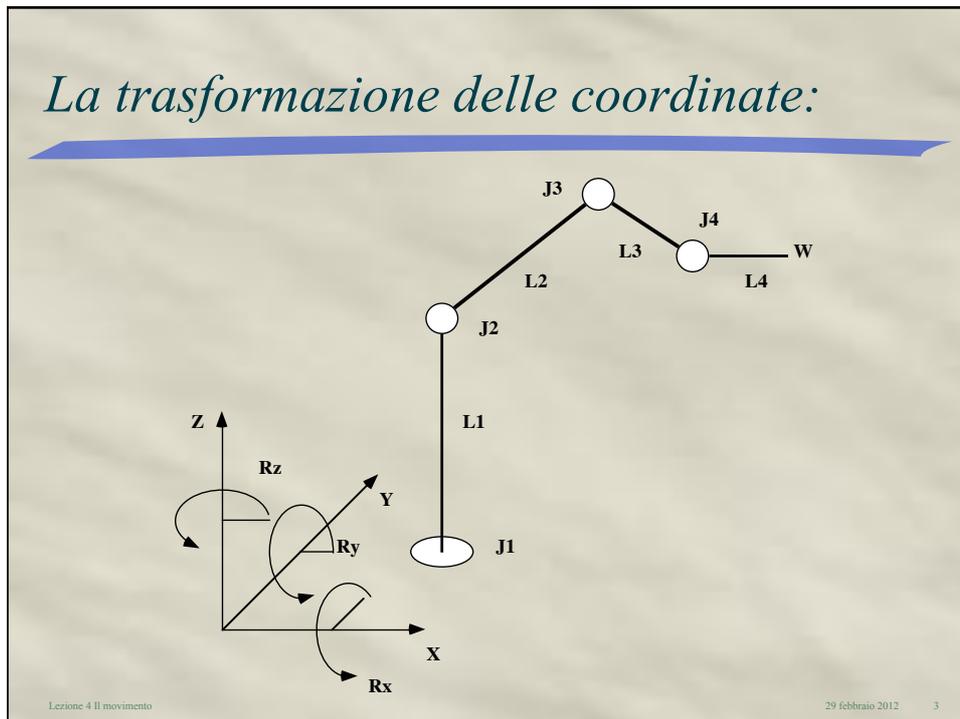
Il terzo problema:

⇒ Dove muoversi

- L'end effector deve raggiungere pose predeterminate
 - Cioè coordinate predeterminate
- Noi non abbiamo questa capacità, ma abbiamo:
 - Hand-eye coordination
 - Retroazione tattile
- Il manipolatore invece non le ha, salvo casi particolari
- Ma...
- è abbastanza facile misurare le posizioni dei giunti
- E, se i link sono indeformabili...
- esiste una relazione UNIVOCA fra la posizione dei giunti e quella dell'end effector

Lezione 4 Il movimento 29 febbraio 2012 2

A content slide with a light beige background and a blue brushstroke underline. It contains a list of bullet points. The footer includes the date, slide number, and course information.



La trasformazione delle coordinate

⇒ Questa relazione si chiama trasformazione cinematica diretta (DKT):

$$X_W = f_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$Y_W = f_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$Z_W = f_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$R_{X_W} = f_4(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$R_{Y_W} = f_5(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$R_{Z_W} = f_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

⇒ $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$ dipendono dalle dimensioni e dalla configurazione del robot

Lezione 4 Il movimento 29 febbraio 2012 4

Robot articolato a 4 GdL (1):

$$X_{J_1} = a$$

$$Y_{J_1} = b$$

$$Z_{J_1} = 0$$

Lezione 4 Il movimento 29 febbraio 2012 5

Robot articolato a 4 GdL (2):

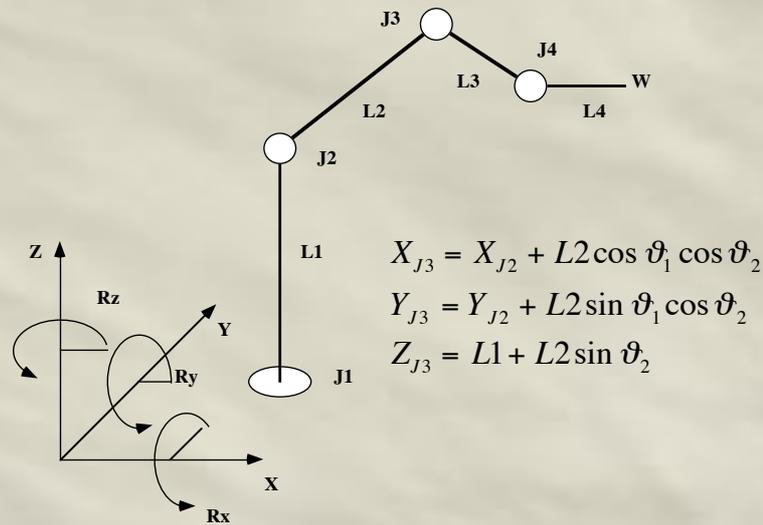
$$X_{J_2} = X_{J_1}$$

$$Y_{J_2} = Y_{J_1}$$

$$Z_{J_2} = L_1$$

Lezione 4 Il movimento 29 febbraio 2012 6

Robot articolato a 4 GdL (3):



Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 7

Il problema però è che...

- ⇒ Noi sappiamo dove deve andare l'end effector
- ⇒ **Dobbiamo calcolare la posizione in cui si deve portare ogni giunto perché ciò avvenga**
- ⇒ Questo problema non ha, in genere, un'unica soluzione

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 8

Ancora trasformazione:

⇒ Ma quello che ci interessa in realtà è la trasformazione dalle coordinate del polso alle coordinate dei giunti.

⇒ Questa trasformazione si chiama trasformazione cinematica inversa (IKT):

$$\theta_1 = f_1(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_2 = f_2(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_3 = f_3(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_4 = f_4(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_5 = f_5(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

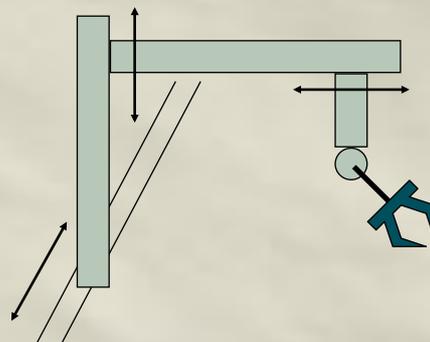
$$\theta_6 = f_6(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 9

Robot cartesiano: IKT semplice (\pm)

⇒ Basta calcolare le coordinate cartesiane ortogonali del giunto di polso e portare i primi tre giunti nelle posizioni corrispondenti.



Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 10

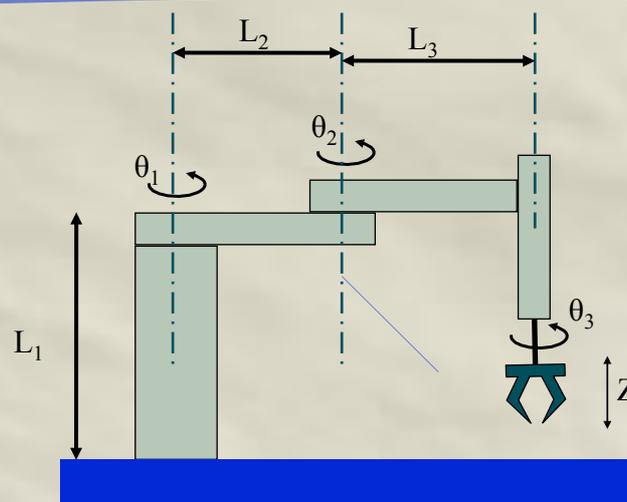
Altre strutture:

- ⇒ Per i robot cilindrici e sferici il discorso è analogo a quello del robot cartesiano.
- ⇒ Per i robot articolati invece la soluzione analitica dà luogo ad una espressione complicatissima. Inoltre, bisogna tener presente che la soluzione non è unica.

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 11

Torniamo al robot SCARA (quello che abbiamo noi)



Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 12

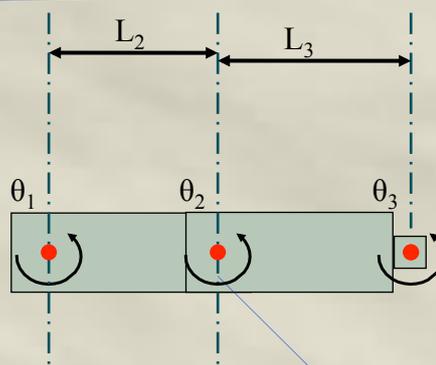
Il nostro problema:

- ⇒ Dobbiamo raggiungere un punto di coordinate $(X_p, Y_p, Z_p, RX_p, RY_p, RZ_p)$
- ⇒ Se $(RX_p \neq 0 \vee RY_p \neq 0)$ il punto è irraggiungibile (il manipolatore non è completo)
- ⇒ Devo calcolare $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ e Z
- ⇒ Prima ovvia considerazione:
 - $Z = Z_p$

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 13

Visto dall'alto:

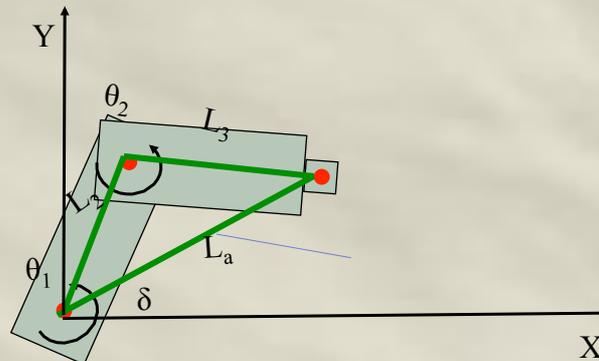


$\theta_3 = RZ_p$ (per una particolarità costruttiva che vedremo in pratica)

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 14

Visto dall'alto:



$$L_a = \sqrt{X_p^2 + Y_p^2}$$

$$\delta = \arctan(Y_p / X_p)$$

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 15

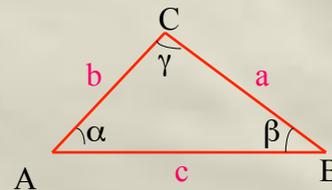
La funzione atan2

- ⇒ In trigonometry, the two-argument function atan2 is a variation of the arctangent function. For any real arguments x and y not both equal to zero, atan2(y, x) is the angle in radians between the positive x-axis of a plane and the point given by the coordinates (x, y) on it. The angle is positive for counter-clockwise angles (upper half-plane, y > 0), and negative for clockwise angles (lower half-plane, y < 0).
- ⇒ In mathematical terms, atan2 computes the principal value of the argument function applied to the complex number x+iy. That is atan2(y, x) = Pr arg(x+iy) = Arg(x+iy). The argument can be changed by 2π corresponding to a complete turn round the origin without making any difference to the angle, the principal value is the value in the range (-π, π], that is -π < atan2(y, x) ≤ π.

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 16

Risoluzione di un triangolo dati a, b, c



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

da cui si ricava α

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

da cui si ricava β

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

da cui si ricava γ

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 17

Quindi:

- ⇒ Per un robot SCARA a 4 gradi di libertà la IKT è ragionevolmente semplice, e può essere eseguita velocemente anche con un piccolo calcolatore.
- ⇒ Ma cosa vuol dire SCARA?
 - The SCARA acronym stands for Selective Compliance Assembly Robot Arm or Selective Compliance Articulated Robot Arm.

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 18

Riassumendo, allora:

- ⇒ Per qualunque manipolatore a catena cinematica aperta con qualunque numero di GDL la DKT esiste sempre ed ha un'unica soluzione
- ⇒ L'IKT invece può:
 - Non esistere
 - Punto con orientamento sbagliato per bracci con GDL < 6
 - Punto fuori dal volume di lavoro
 - Avere un numero finito di soluzioni (1, 2, 4, ...)
 - Avere un numero infinito di soluzioni
- ⇒ In generale (ma solo in generale!)
 - Bracci con $n \leq 6$ GDL hanno un numero finito di soluzioni
 - Bracci con $n > 6$ GDL hanno infinite soluzioni

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 19

Esigenze di controllo: tre casi diversi

- ⇒ È importante solo la posizione finale
 - Quasi mai, ma talvolta la struttura ci aiuta (Assemblaggio)
- ⇒ È importante la posizione finale (molto) e la traiettoria (abbastanza), e la struttura non ci aiuta
 - Saldatura a punti
- ⇒ È importante la traiettoria (molto), e di conseguenza la posizione finale
 - Deposizione di collante

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 20

Il controllo del manipolatore

⇒ Problema: portare il braccio in una determinata posizione.

⇒ Algoritmo:

- Calcolare le coordinate finali di ogni giunto;
- Portare ogni giunto nella posizione finale.



Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 21

Il controllo del manipolatore

⇒ Per migliorare la traiettoria, si può usare l'algoritmo del giunto dominante.

⇒ Algoritmo:

- Calcolare le coordinate finali di ogni giunto;
- Trovare il giunto che impiegherà il maggior tempo (giunto dominante);
- Portare ogni giunto nella posizione finale, regolando le velocità in modo che tutti i giunti impieghino lo stesso tempo.



Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 22

Il controllo del manipolatore

⇒ Per seguire traiettorie imposte, si può usare l'algoritmo di Inseguimento Cinematico della Posizione (ICdP).

⇒ Algoritmo:

- Calcolare l'equazione della traiettoria;
- Spezzare la traiettoria in tanti piccoli segmenti;
- Raggiungere successivamente l'estremità di ogni segmento con l'algoritmo del giunto dominante.



Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 23

Esigenze dell'ICdP

- ⇒ Per ottenere un buon controllo di traiettoria, i punti devono essere quanto più possibile vicini fra loro.
- ⇒ La traiettoria non può essere calcolata a priori, perché non si conosce il punto di partenza del robot (e spesso neanche quello di arrivo).
- ⇒ Per ogni punto, occorre effettuare una IKT.
- ⇒ Occorre poter calcolare la IKT in pochi millisecondi (10–20 al massimo, ma anche molto meno per macchine veloci).

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 24

Soluzioni multiple:

- ⇒ Non è affatto detto che un braccio possa raggiungere una determinata posizione in un solo modo
- ⇒ Molte strutture hanno normalmente due o quattro soluzioni per ogni punto
- ⇒ Alcuni punti ammettono infinite soluzioni (punti singolari)
- ⇒ Occorrerà fornire dei criteri per privilegiare una soluzione rispetto alle altre.

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 25

Prima di andare avanti:

- ⇒ I motori appartengono alla classe degli **attuatori**:

Dispositivi che, rispondendo a stimoli (elettrici) applicati al loro ingresso, producono modificazioni fisiche di se stessi e/o dello spazio circostante dipendenti dagli stimoli secondo una legge nota.

- ⇒ Un bellissimo tutorial:

- <http://www.ing.unibs.it/~cassinis/Dida/evergreen/robotica/Actuators.pdf>

Lezione 4 Il movimento

29 febbraio 2012 26

Quali motori? E come trasmettere il movimento?

- ⇒ Lo vedremo più avanti
- ⇒ Per ora ricordiamo solo che i motori devono poter essere controllati **in posizione!**
 - Ovvero, fatti fermare in una ben precisa posizione del loro organo mobile (albero, stelo, ecc.)
- ⇒ E, quasi sempre, anche **in velocità!**
 - Cosa d'altra parte necessaria per poterli controllare in posizione